

L : Länge, nach der der Ork im Tunnel noch getroffen wird

h_L : Abschuhöhe von Legolas' Bogen

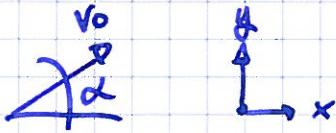
h_O : Höhe der Trefferzone des Orks

h_T : Deckenhöhe des Tunnels

Voraussetzungen:

- \sin , \cos , \sin^{-1} bzw. \arcsin (RAD, DEG: Grundverständnis)
- Physik: - gleichmäßige Bewegung
- gleichmäßig beschleunigte Bewegung
- Parabelfunktionen
- Räumliches Vorstellungsvermögen: Grundverständnis

Frage: Wie weit kann Legolas mit seinem Bogen in einem 4m hohen Tunnel auf einen Ork schießen?



Ges: α , t_m , $t_E = 2 \cdot t_m$, x_{max}

Geg: y_{max} , x_{max} , $g \downarrow$

$$t_E = 2 \cdot t_m$$

$$y_{max} = g(t_m)$$

$$y(t) = \int_0^t v_y$$

$$v_y(t) = v_{0y} - g \cdot t \quad \left| \int_0^t \right.$$

$$y(t) = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = \int_0^t v_y(t)$$

Ansatz: im Maximum der Werkparabel:

$$v_y = 0 = v_{0y} - g \cdot t \quad \Rightarrow \quad v_{0y} = \sin \alpha \cdot v_0 = g \cdot t_m$$

$$y(t) = y_{max} = \frac{v_{0y}^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_{0y}^2}{g}$$

$$t_m = \sin \alpha \cdot \frac{v_0}{g} = \frac{v_{0y}}{g}$$

$$y_{max} = \frac{1}{2} \frac{v_{0y}^2}{g} = \frac{1}{2g} \cdot (\sin \alpha \cdot v_0)^2$$

$$\sin \alpha \cdot v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot y_{max}} = v_{0y} \quad \Rightarrow \quad t_m = \frac{v_{0y}}{g}$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot y_{max}}}{v_0} \right)$$

$$\Rightarrow v_{0x} = \cos \alpha \cdot v_0$$

$$x_{max} = v_{0x} \cdot t_E = v_{0x} \cdot 2 t_m$$

Beispiel:

$$v_0 = 60 \text{ m/s} (= 216 \text{ km/h})$$



$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot y_{\max}}}{v_0} \right) \quad | \quad g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$y_{\max} = h_T - h_L = 4 \text{ m} - 1,5 \text{ m} = 2,5 \text{ m}$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2,5 \text{ m}}}{60 \text{ m/s}} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2,5 \cdot \sqrt{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}}}{60 \text{ m/s}} \right)$$

$$\alpha = \sin^{-1}(0,1167) = 6,7^\circ$$

$$v_{0y} = \sqrt{2 \cdot g \cdot y_{\max}} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2,5 \text{ m}} = \sqrt{49,05 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$v_{0y} = 7,0036 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 7 \text{ m/s}$$

$$t_{\text{up}} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{7 \text{ m/s}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 0,714 \text{ s}$$

$$t_E = 2 \cdot t_{\text{up}} = 1,428 \text{ s}$$

$$v_{0x} = \cos(\alpha) \cdot v_0 = \cos(6,7^\circ) \cdot 60 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 59,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\underline{\underline{L}} = v_{0x} \cdot t_E = 59,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,428 \text{ s} = \underline{\underline{85 \text{ m}}}$$